Nouvelle méthode de détermination du facteur de Carnot concernant les cycles régénératifs

Mots clefs

Facteur de Carnot – Cycle de Hirn - soutirages

Présentation

Dans l'analyse de l'énergie thermique, il est généralement d'usage d'utiliser le facteur de Carnot. Nous allons démontrer que ce facteur n'est utilisable que pour l'analyse des cycles dans lesquels la masse de fluide est constante dans tous les points du cycle. Dans le cas ou la masse n'est pas constante, le facteur de Carnot doit être adapté afin de déterminer le rendement théorique maximum. Nous appliquerons cela à un cycle de Hirn comportant 6 soutirages. Ce rapport démontre que les cycles régénératifs sont une solution pour augmenter l'efficacité des machines thermiques.

Théorie

Le premier principe de la thermodynamique stipule que sur un cycle W (Work) + Q (Heat) = 0.

$W + Q = 0$ (1)

Ce qui se décompose :

$-W + Q_H - Q_C = 0$ (2)

et aussi

$Q_H - Q_C = W$ (3)

L'énergie transférée lors d'une transformation est égale à la différence d'enthalpie massique multipliée par la masse du fluide.

$E = m \times \Delta H$ (4)

L'efficacité motrice d'une machine est définie par

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \quad (5)$$

On déduit de (1), (3) et (5)

$$\eta = \frac{Q_H - Q_C}{Q_H} \quad (6)$$

Le facteur de Carnot est

$$\eta = \frac{T_H - T_C}{T_H} \quad (7)$$

Le second principe de la thermodynamique dit que

$$\eta = \frac{Q_H - Q_C}{Q_H} \leq \frac{T_H - T_C}{T_H} \quad (8)$$

Si (6)=(7) cela veut dire que les transformations ne produisent pas d'entropie.

On déduit de (4) et (5)

$$W = |m(H_{CS} - H_{HS})| \, (9)$$

$$Q_H = m(H_{HS} - H_{CW}) \quad (10)$$

$$Q_C = m(H_{CS} - H_{CW}) \, (11)$$

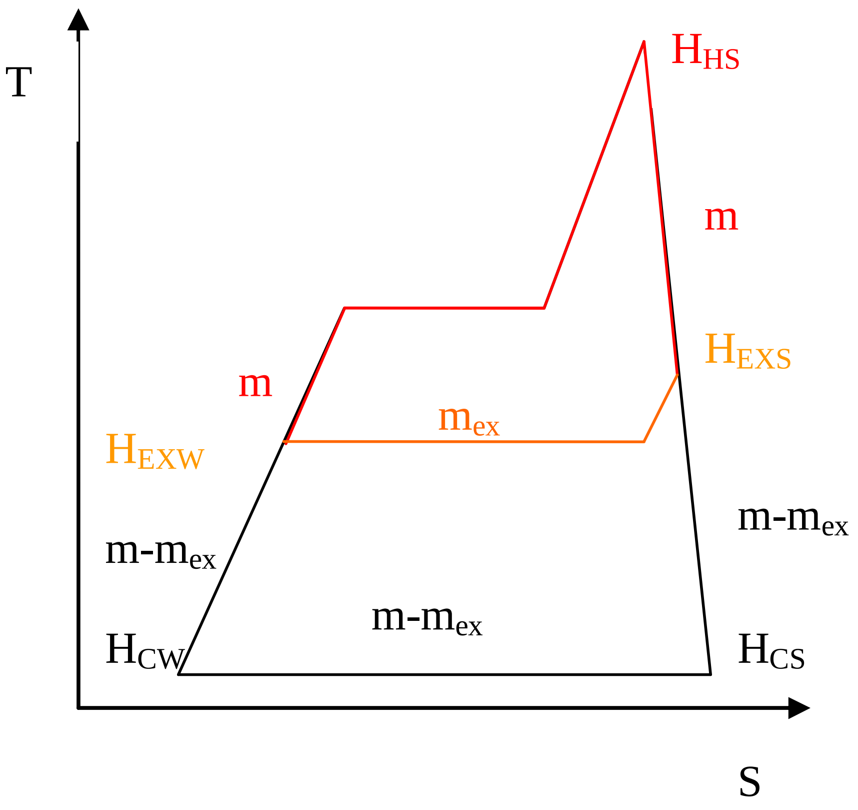
On déduit de (6), (9) et (11) le rendement du cycle :

$$\eta = \frac{|m(H_{CS} - H_{HS})|}{m(H_{HS} - H_{CW})} \, (12)$$

Lorsque la masse de fluide qui échange avec les sources chaudes et froides est la même (6) = (11).

Les turbines à vapeurs sont le plus souvent utilisées dans des cycles régénératifs à soutirage de vapeur. Une partie de la vapeur est extraite dans les étages de la turbine et sert à réchauffer l'eau. Cette partie de vapeur ne va pas échanger avec la source froide dans le condenseur.

Nous commençons la démonstration avec un cycle comportant seulement 1 soutirage.



Cycle

m= masse totale de vapeur
m_{ex}= masse de vapeur soutirée
H_{HEXS}= enthalpie massique de vapeur soutirée.
H_{HEXW}= enthalpie massique de vapeur soutirée transformée en eau.

Le travail produit dans le cycle est égal à
$W = m\left|(H_{EXS} - H_{HS})\right| + (m - m_{ex})\left|(H_{CW} - H_{EXS})\right|$ (12)

La chaleur utilisée dans le cycle est égale à :
$Q = m(H_{HS} - H_{EXW})$ (13)

On déduit le rendement du cycle de (4),(11) et (14) :
$$\eta = \frac{m\left|(H_{EXS} - H_{HS})\right| + (m - m_{ex})\left|(H_{CS} - H_{EXS})\right|}{m(H_{HS} - H_{EXW})} \quad (15)$$
Qui est aussi égal à
$$\eta = \frac{m(H_{HS} - H_{EXS}) + (m - m_{ex})(H_{EXS} - H_{CS})}{m(H_{HS} - H_{EXW})} \quad (16)$$

Nous devons expliquer ici comment ce rendement est supérieur à celui d'un cycle sans soutirage. La vapeur soutirée réchauffe l'eau après avoir fourni du travail dans la turbine. Cette chaleur « gratuite » est égale à
$Q_{EX} = m_{ex}(H_{EXW} - H_{EXS})$ (17)

La masse de vapeur m_{ex} ne va pas se condenser en échangeant avec le condenseur.
La chaleur « perdue » échangée dans le condenseur est égale à
$Q_C = (m - m_{ex})(H_{CS} - H_{CW})$ (18) $< Q_C = m(H_{CS} - H_{CW})$ (11)

Nous allons calculer la masse de vapeur soutirée m_{ex}
$m_{ex}(H_{EXW} - H_{EXS}) = (m - m_{ex})(H_{EXW} - H_C)$
posons m=1
$m_{ex}(H_{EXW} - H_{EXS}) = (1 - m_{ex})(H_{EXW} - H_C)$
$m_{ex} - m_{ex}H_{EXW} = H_{EXW} - H_C - m_{ex}H_{EXW} + m_{ex}H_C$
$m_{ex}H_{EXS} = H_{EXW} - H_C + m_{ex}H_C$
$$m_{ex} = \frac{H_{EXW} - H_C}{H_{EXS} - H_C} \quad (19)$$

Nous allons maintenant calculer le rendement maximum sans production d'entropie du cycle, Pour cela, nous allons le décomposer en 2 cycles partiels.

Cycle principal
On déduit son rendement de (6)
$$\eta = \frac{Q_{Hmc} - Q_{Cmc}}{Q_{Hmc}} \quad (20)$$

$$\eta = \frac{(m - m_{ex})\left[\,(H_{HS} - H_{CS}) - (Hcs - H_{CW})\right]}{(m - m_{ex})(H_{HS} - H_{CS})} \quad (21)$$

Son facteur de Carnot est donné en
$$\eta = \frac{T_H - T_C}{T_H} \quad (7)$$
Cycle partiel du soutirage
On déduit son rendement de (6)
$$\eta = \frac{Q_{Hex} - Q_{Cex}}{Q_{Hex}} \quad (22)$$

$$\eta = \frac{m_{ex}[(H_{HS} - H_{EXS}) - (H_{EXS} - H_{EXW})]}{m_{ex}(H_{HS} - H_{EXS})} \text{ (23)}$$

Ce « rendement » n'a pas de signification car la chaleur « perdue » circule dans le système de cycles associés.
Son facteur de Carnot est donné par

$$\eta = \frac{T_H - T_{EXW}}{T_H} \text{ (24)}$$

Afin de pouvoir déterminer le facteur de Carnot des cycles associés, nous allons faire intervenir le % de masse en jeu pour chaque cycle.
La température étant une fonction d'état intensive, une telle opération n'est acceptable que dans l'hypothèse de transformations isentropiques dans laquelle la température est totalement équivalente à une énergie. En fait les compressions et les détentes obéissent à la loi de Mariotte des gaz parfaits $PV = nrT$ Nous allons lui donner un symbole différent d'une température, C

Energie en source chaude

$C_H = (m - m_{ex})T_H + m_{ex}T_H$ (23)

D'où $Ch = T_H$ (25)

Energie en source froide
Seule la masse (m-mex) échange avec la source froide
D'où $C_C = (m - m_{ex})Tc$ (26)

On déduit de (7), (24) et (25)

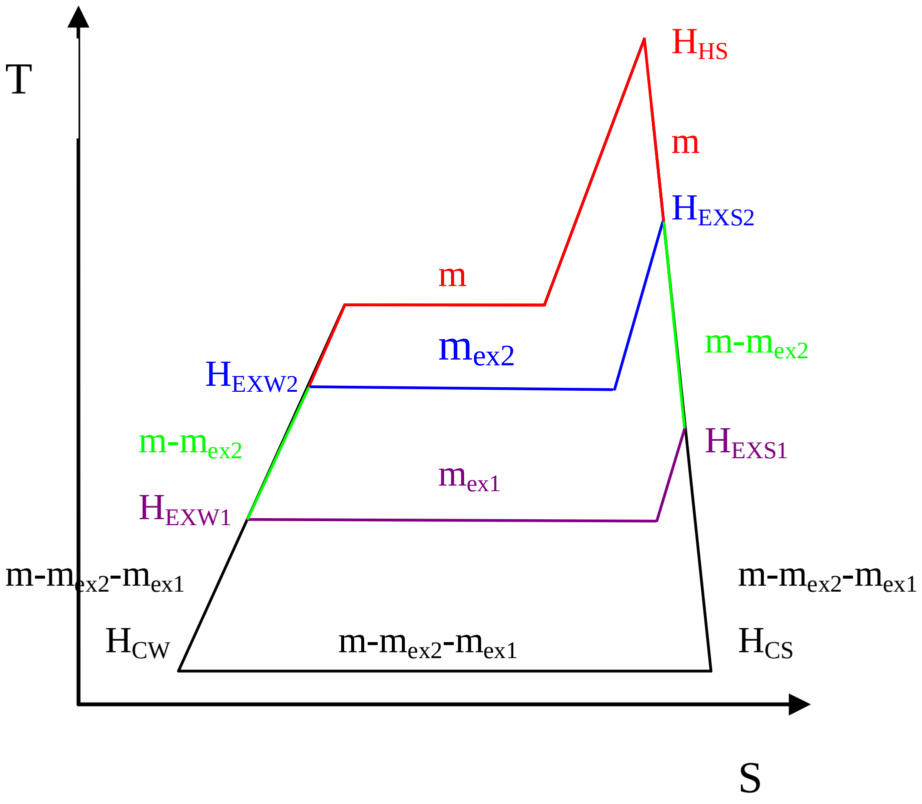
$$\eta = \frac{C_H - C_C}{C_H} = \frac{T_H - (m - m_{ex})T_C}{T_H} \text{ (26)}$$

On remarque que

$$\eta = \frac{T_H - T_C}{T_H} \text{ (7)} < \frac{C_H - C_C}{C_H} \text{ (26) (27)}$$

Plus la masse de vapeur soutirée est importante, plus le facteur de Carnot est élevé.

Maintenant, nous allons ajouter un autre soutirage



Calcul de $m_{ex2)}$

On déduit de (19)

$$m_{ex2} = \frac{H_{EXW2} - H_{EXW1}}{H_{EXS2} - H_{EXW1}} \quad (28)$$

Calcul de m_{ex1}

$$m_{ex}(H_{EXS} - H_{EXW1}) = (m - m_{ex2} - m_{ex1})(H_{EXW1} - H_C)$$

$$m_{ex1}H_{EXS1} - m_{ex1}H_{EXW1} = (m - m_{es2})H_{EXW1} - (m - m_{ex2})H_C - m_{ex1}H_{EXW1} + m_{ex1}H_c$$

$$m_{ex1}(H_{EXS} - H_C) = (m - m_{ex2})(H_{EXW1} - H_C)$$

$$m_{ex1} = (m - m_{ex2})\frac{(H_{EXW1} - H_C)}{(H_{EXS1} - H_C)} \quad (29)$$

Calcul du rendement du cycle comportant 2 soutirages

$$\eta = \frac{m(H_{HS} - H_{EXS}) + (m - m_{ex2})(H_{EXS2} - H_{EXS1}) + (m - m_{ex2} - m_{ex1})(H_{EXS1} - H_{CS})}{m(H_{HS} - H_{EXW2})} \quad (30)$$

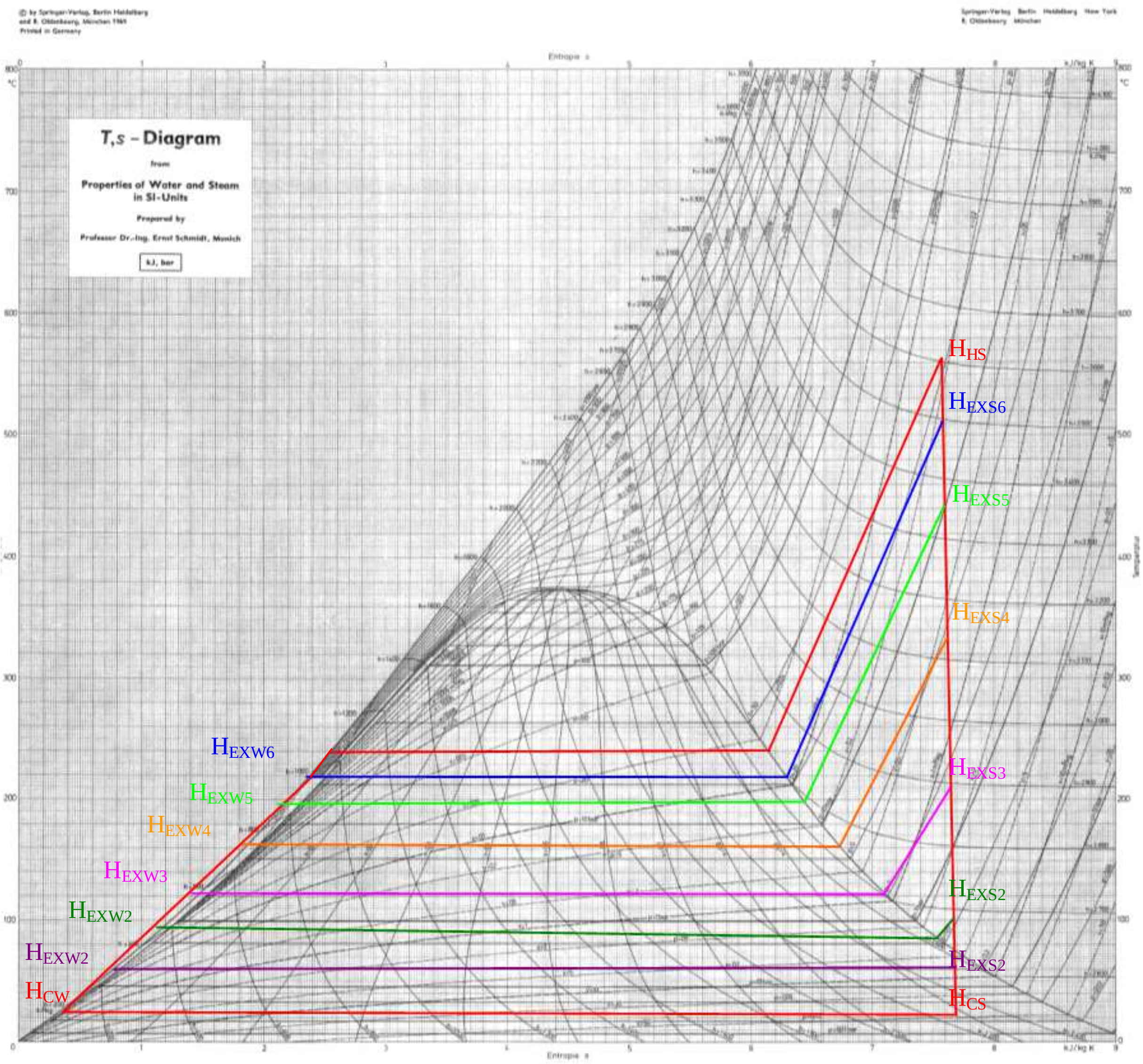
Le facteur de Carnot sera inchangé

$$\frac{C_H - C_C}{C_H} \quad (27)$$

Remarque : L'ajout d'un soutirage va augmenter la masse de vapeur soutirée et diminuer la masse de vapeur qui échange avec la source froide.

Exemple d'application à un cycle de Hirn

Nous allons appliquer ici la relation (27) à un cycle de Hirn d'une turbine à vapeur d'une centrale de production d'électricité. Cette centrale comporte 6 soutirages de vapeur. Le cycle est représenté sur le diagramme T-S (entropique)



Caractéristiques des points du cycle.

	t	T	P	Titre	H
	C°	K	bar	%	KJ/Kg
Hcw	26.36	299.52	0.034	0	110.45
Hexw1	61.14	334.30	0.21	0	258.37
Hexw2	92.14	365.30	0.76	0	388.18
Hexw3	124.28	397.44	2.27	0	523.84
Hexw4	163.08	436.24	6.68	0	690.22
Hexw5	197.14	470.30	14.64	0	840.15
Hexw6	220.94	494.10	23.62	0	948.21
Hcs	26.36	299.52	0.034	0,88	2257.04
Hexs1	62.00	335.16	0.21	0,96	2517.47
Hexs2	94.00	367.16	0.76	1	2667.30
Hexs3	210.70	483.86	2.27	1	2890.87
Hexs4	334.20	607.36	6.68	1	3131.97
Hexs5	442.00	715.16	14.64	1	3347.55
Hexs6	513.00	786.16	23.62	1	3492.02
Hhs	565.00	838.16	33.84	1	3598.38

Calcul des débits de soutirages.
On déduit de (19) le débit du soutirage 6

$$m_{ex6} = \frac{948.21 - 840.15}{3492.02 - 840.15} = 0.04075\,\%$$

On déduit de (29) le débit des autres soutirages

Débit du soutirage 5.

$$m_{ex5} = (1 - 0.04075)\frac{840.15 - 690.22}{3348.38 - 690.22} = 0.05412\,\%$$

Débit du soutirage 4.

$$m_{ex4} = (1 - 0.04075 - 0.05412)\frac{690.22 - 523.84}{3131.97 - 523.84} = 0.05773\%$$

Débit du soutirage 3.

$$m_{ex3} = (1 - 0.04075 - 0.05412 - 0.05773)\frac{523.84 - 388.18}{2890.87 - 388.18} = 0.04593\,\%$$

Débit du soutirage 2.

$$m_{ex2} = (1 - 0.04075 - 0.05412 - 0.05773 - 0.4593)\frac{338.18 - 258.37}{2667.30 - 258.37} = 0.04318\,\%$$

Débit du soutirage 1.

$$m_{ex1} = (1 - 0.04075 - 0.05412 - 0.05773 - 0.04593 - 0.04318)\frac{258.37 - 110.45}{2517.47 - 110.45} = 0.06598\%$$

Débit de vapeur dans le condenseur

$$m_C = 1 - 0.04075 - 0.05412 - 0.05773 - 0.04593 - 0.04318 - 0.06898 = 0.6893\,\%$$

Calcul du rendement du cycle

Calcul du travail produit déduit de (19)

Calcul du travail produit entre l'admission turbine (H_{HS}) et le soutirage 6 (H_{EXS6})
W= m(H_{HS}- H_{EXS6})= (3598.38-3492.02) = 106.36 kJ

Calcul du travail produit entre le soutirage 6 (H_{EXS6}) et le soutirage 5(H_{EXS5})

$$W = (m - m_{EX6})(H_{EX6} - H_{EX5}) = (1 - 0.04075)(3492.02 - 3347.55) = 138.58kJ$$

Calcul du travail produit entre le soutirage 5 (H_{EXS5}) et le soutirage 4(H_{EXS4})

$$W = (m - m_{EX6} - m_{EX5})(H_{EX5} - H_{EX4}) = (1 - 0.04075 - 0.05412)(3347.55 - 3131.97) = 195.12kJ$$

Calcul du travail produit entre le soutirage 4 (H_{EXS4}) et le soutirage 3(H_{EXS3})

$$W = (m - m_{EX6} - m_{EX5} - m_{EX4})(H_{EX4} - H_{EX3})$$

$$W = (1 - 0.04075 - 0.05412 - 0.05773)(3131.97 - 2890.87) = 204.3kJ$$

Calcul du travail produit entre le soutirage 3 (H_{EXS3}) et le soutirage 2(H_{EXS2})

$$W = (m - m_{EX6} - m_{EX5} - m_{EX4} - m_{EX3})(H_{EX3} - H_{EX2}) =$$

$$W = (1 - 0.04075 - 0.05412 - 0.05773 - 0.04593)(2890.87 - 2667.30) = 178.38kJ$$

Calcul du travail produit entre le soutirage 2 (H_{EXS2}) et le soutirage 1(H_{EXS1})

$$W = ((m - m_{EX6} - m_{EX5} - m_{EX4} - m_{EX3} - m_{EX2})(H_{EX4} - H_{EX3})$$

$$W = (1 - 0.04075 - 0.05412 - 0.05773 - 0.4593 - 0.04318)(2667.30 - 2517.47) = 90.86kJ$$

Calcul du travail produit entre le soutirage 1 (H_{EXS1}) et le condenseur(H_C)

$$W = ((m - m_{EX6} - m_{EX5} - m_{EX4} - m_{EX3} - m_{EX2} - m_{EX1})(H_{EX1} - H_C)$$

$$W = (1 - 0.04075 - 0.05412 - 0.05773 - 0.4593 - 0.04318 - 0.06898)(2517.47 - 2257.04) = 179.51kJ$$

Le travail produit par la turbine est donc :
W=106.36 +138.58+195.12+204.3+178.38+90.86+179.51=1093.11kJ

Calcul de la chaleur dépensée en utilisant (13)

$$Q = m(H_{HS} - H_{EXW}) \quad (13)$$

$$Q = 1(3598.38 - 948.21) = 2650.17kJ$$ -

Calcul du rendement du cycle en utilisant (5)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \quad (5)$$

$$\eta = \frac{1093.11}{2650.17} = 41\%$$

Calcul du facteur de Carnot en utilisant (27)

$$\frac{C_H - C_C}{C_H} \quad (27)$$

$$\eta = \frac{836.16 - (0.6893 \otimes 299.52)}{836.16} = 0.753\%$$

Calcul du rendement d'un cycle mais sans soutirage construit à partir des mêmes sources chaudes et froides en utilisant (12)

$$\eta = \frac{|m(H_{CS} - H_{HS})|}{m(H_{HS} - H_{CW})} \quad (12)$$

$$\eta = \frac{|1(2257.04 - 3598.38)|}{1(3598.38 - 110.45)} = 0.384\%$$

Calcul du facteur de Carnot du cycle construit à partir des mêmes sources chaudes et froides en utilisant (7)

$$\eta = \frac{T_H - T_C}{T_H} \quad (7)$$

$$\eta = \frac{836.16 - 299.52}{836.16} = 0.641\%$$

Conclusions

L'écart entre le facteur de Carnot et le rendement du cycle réel est plus important pour le cycle régénératif. Néanmoins, la nouvelle méthode de calcul du facteur de Carnot des cycles régénératifs montrée dans cette publication permet de mieux les évaluer. Les cycles régénératifs, développés industriellement depuis le début du XX siècle, sont une technologie qu'il faut continuer d'utiliser. Par exemple, les cycles combinés gaz/vapeur doivent utiliser au maximum les transferts de chaleur interne afin d'améliorer encore plus leur rendement.

Références

Thermodynamique et énergétique – Lucien Borel – presses polytechniques et universitaires Romandes

Systèmes énergétiques Tome 1 Méthodologie d'analyse bases de thermodynamique, composants thermoptim – Renaud Gicquel Ecoles des mines de Paris